

ALGUNOS RESULTADOS EN COMBUSTION SUPERSONICA(*)

Por I. DA-RIVA, A. LIÑAN, E. FRAGA

Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial
«Esteban Terradas».

RESUMEN.

Se discuten algunos aspectos básicos de la combustión supersónica en lo que respecta al uso de motores de aspiración de aire para la propulsión de vehículos espaciales en la atmósfera. Se discuten, asimismo, las ventajas e inconvenientes de la utilización de llamas de difusión en la combustión supersónica. Se incluye, también, un análisis del proceso de mezcla turbulenta supersónica. Se analiza la influencia de la adición de calor debida a la llama de difusión. Y por último, se tratan los efectos de desequilibrio en la cinética química, deteniéndose especialmente en la extinción de la llama, considerando en primer lugar el caso de difusión laminar y a continuación un intento de extensión al caso turbulento.

INTRODUCCIÓN.

En los últimos años, se ha dedicado gran atención al estudio de los problemas de la combustión supersónica, con el fin de desarrollar un vehículo hipersónico que obtuviese el oxidante necesario por medio de aspiración de aire.

Aunque los programas actuales de cohetes químicos cubren los requisitos para el próximo futuro, el coste del desarrollo de estos sistemas de cohetes químicos es enorme.

Parece lógico que la aspiración de aire hipersónico, al hacer posible propulsar algunas etapas por este procedimiento y usar entonces vehículos lanzadores más ligeros, pequeños y maniobrables, permitiría poner en órbita cargas más pesadas que las que serían posible con la propulsión por cohetes. Además, en estos momentos parece demostrado que el coste de la operación directa para aviones hipersónicos propulsados por *ramjets* no superaría a la del transporte supersónico.

El concepto de "Corredor de Vuelo" (fig. 1) se utiliza frecuentemente para ilustrar los límites operacionales de los vehículos hipersónicos [2, 3]. El límite superior se obtiene por la condición de que la sustentación máxima (más la fuerza centrífuga) sea igual al peso. El límite inferior está determinado cuando la temperatura de equilibrio superficial alcanza un cierto valor.

En un vehículo lanzador se necesitan grandes aceleraciones, para que aumente rápidamente la energía cinética del vehículo a altitudes bajas, y así maximizar la carga útil. Por tanto, se obtiene un corredor relativamente bajo.

En la figura 1, la zona rayada representa la región tratada en las aplicaciones numéricas de este trabajo.

Hasta ahora se han considerado dos medios fundamentalmente distintos de combustión en corriente supersónica; llamas de difusión y combustión detonante premezclada.

FERRI sugirió, en el Primer Congreso ICAS celebrado en Madrid, el uso de la llama de difusión

(*) Este trabajo, presentado en el IV Congreso Internacional de Ciencias Aeronáuticas (ICAS), París, 24-28 agosto 1964, ha sido parcialmente subvencionado por la Office of Scientific Research de la Oficina de Investigación Aeroespacial de la USAF.

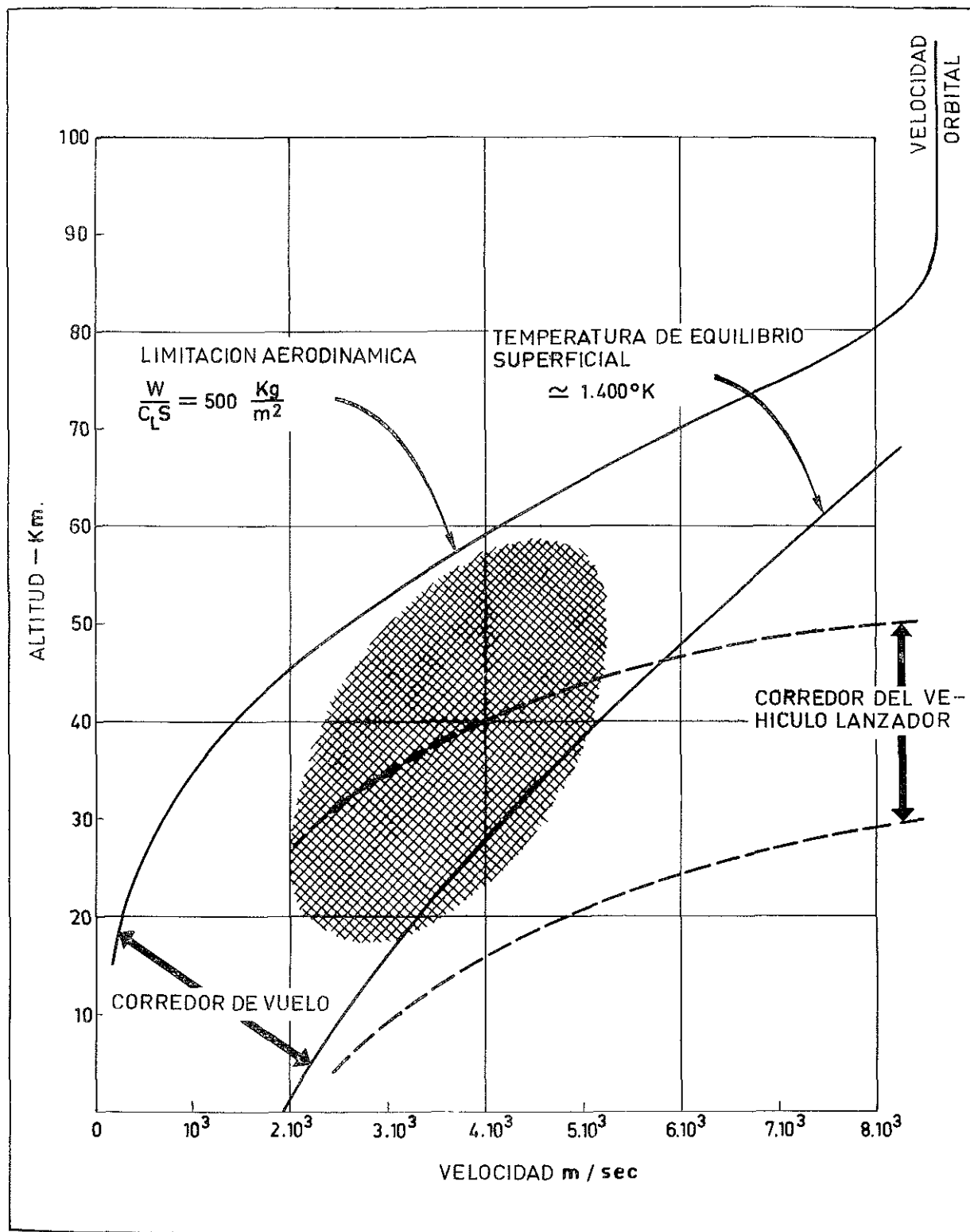


Figura 1

para la combustión supersónica. En el modelo de FERRI [5] el combustible se inyecta paralelamente a la corriente de aire. La mezcla es de tipo turbulento, y la combustión tiene lugar simultáneamente.

En el modo detonante, estudiado por GROSS y CHIZNITZ [6], NICHOLLS [7], RHODES [8] y otros, el oxidante y combustible se encuentran completamente premezclados antes de llegar a la cámara de combustión, y la reacción química se inicia por medio de ondas aerodinámicas que aumentan la presión y temperatura de la mezcla.

Parece ser que este último modo de combustión, presenta ciertas desventajas operativas debido a la interdependencia de la geometría de la cámara de combustión y los efectos aerodinámicos y pérdidas de calor. Además, la disipación de energía asociada con la onda de detonación es grande, y como se mostrará en la Sección 2, la perturbación que produce la adición de calor en el campo aerodinámico se reduce cuando las fuentes de calor están suavemente distribuidas de una manera uniforme a lo largo de la cámara.

Por otra parte, en el modo difusivo, el hecho de que la combustión esté controlada por la mezcla, elimina la necesidad de que la geometría de la entrada sea variable.

No obstante, para que la llama de difusión exista, el tiempo de reacción química debe ser pequeño comparado con el tiempo mecánico o de mezcla. Este hecho da lugar a que el modo difusivo de combustión sólo sea aplicable a algunas regiones del corredor de vuelo.

A continuación se discutirán algunos problemas básicos relacionados con la combustión supersónica, llevados a cabo en el INTA; a saber: Mezcla turbulenta, efectos aerodinámicos de la adición de calor y efectos de desequilibrio en las llamas de difusión.

1. Problema de la mezcla turbulenta.

En la introducción, ya se consideraron las ventajas de la combustión difusiva.

La configuración más adecuada para conseguir este modo de combustión parece ser el de considerar uno o varios chorros de combustible a baja velocidad, rodeados por una corriente de oxidante a alta velocidad. La mezcla y la combustión tienen lugar en condiciones turbulentas.

Recientemente se han efectuado un gran número de trabajos, tanto teóricos como experimentales, so-

bre la mezcla turbulenta de dos gases diferentes a velocidades tanto subsónicas como supersónicas; pero los resultados relativos a la combustión en estas condiciones son más escasos, por lo que se está aún muy lejos de tener un conocimiento completo del problema.

En el estudio teórico del comportamiento de un gas reactante inyectado en una corriente de aire, es fácil calcular la composición de la mezcla en los dos límites de: corriente congelada (sin reacción química) y equilibrio químico. En este trabajo consideraremos la corriente en equilibrio químico; sin embargo, en la Sección 3, analizando la estructura interna de las llamas de difusión, determinaremos si dicho equilibrio existe o no.

En una llama de difusión, la zona de reacción separa las dos especies reactantes, las cuales se difunden a través de los gases inertes y los productos de la combustión, para alcanzar la llama en proporción estequiométrica. Una vez alcanzada, estas especies reaccionan muy rápidamente, con lo cual la velocidad de combustión está condicionada a la facilidad con que estas especies puedan difundirse a través de los gases inertes y los productos de la combustión.

Por tanto, podríamos describir algunos de los rasgos más importantes de las llamas de difusión utilizando la hipótesis de BURKE-SCHUMAN de velocidad de reacción infinita [9, 10, 11]. El combustible y el oxidante no pueden entonces coexistir, lo que da lugar a que la zona de combustión sea muy delgada. El proceso de mezcla será, pues, el único responsable de la velocidad de combustión, posición y forma de la llama. Este problema será tratado con más detalle en la Sección 3.

1.0. Chorros turbulentos de gases.

Utilizando las hipótesis simplificadoras anteriormente expuestas, el problema de mezcla y combustión turbulenta se reduce a un simple problema de mezcla, con la condición de que el combustible y oxidante no coexistan en ninguna zona del campo de la corriente y lleguen a la superficie de la llama en proporción estequiométrica.

Un estudio completo del problema de mezcla turbulenta, puede encontrarse en la Ref. 12. Dado que los resultados que aparecen en el citado libro están expuestos en forma matemática explícita y sencilla y son útiles para nuestros propósitos, seguiremos en nuestra exposición los mismos procedimientos.

1.1. Perfiles de Velocidad, Temperatura y Concentracion.

De acuerdo con la teoría de la turbulencia libre de TAYLOR, las difusividades térmica y de masa son idénticas, y los perfiles de velocidad, temperatura y concentración están relacionados por la siguiente expresión:

$$\frac{U}{U_m} = \left(\frac{T - T_e}{T_m - T_e} \right)^2 = \left(\frac{Y_i}{Y_m} \right)^2, \quad [1]$$

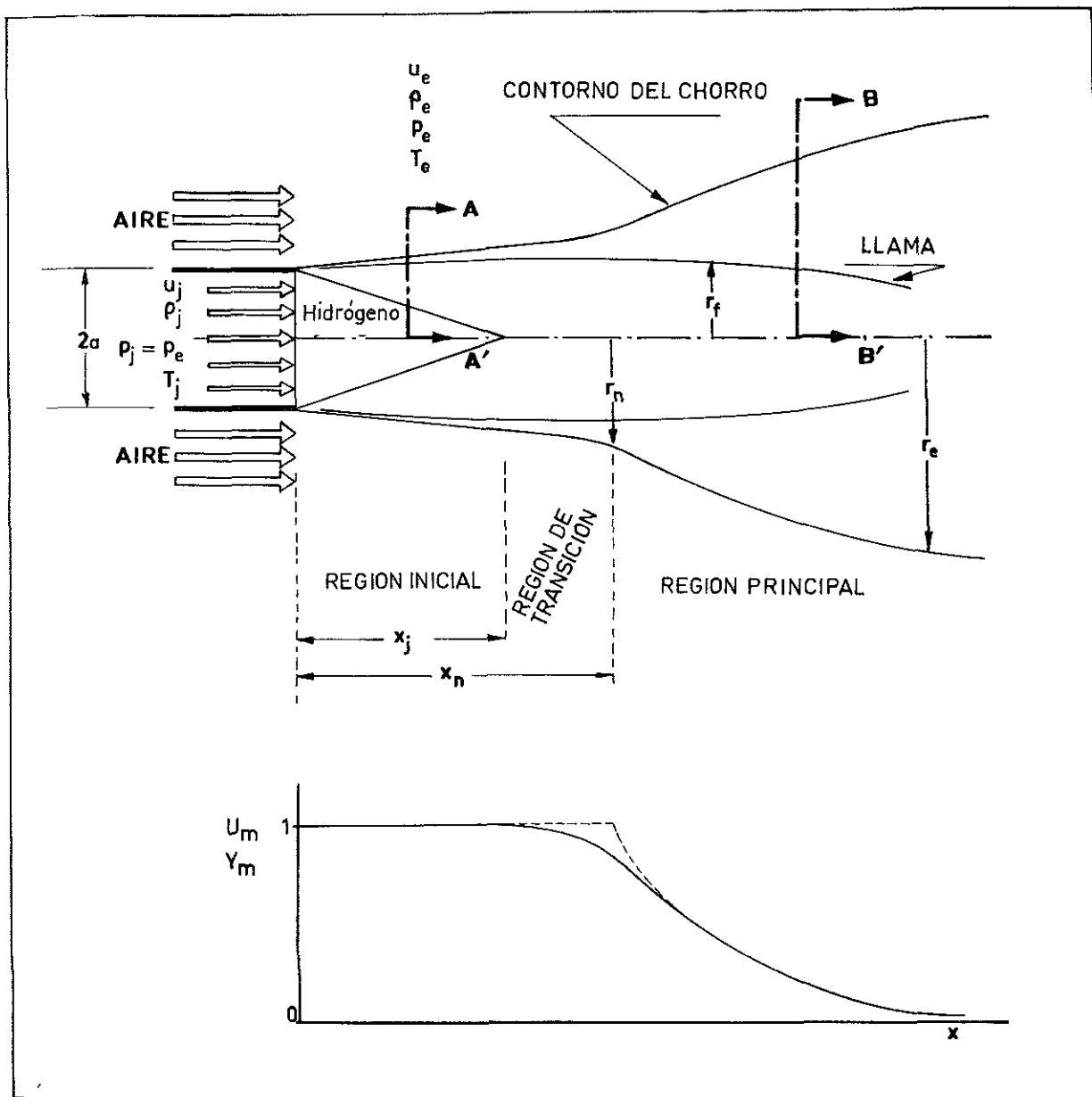


Figura 2.

Esto deja de ser cierto cuando durante el proceso de mezcla existen reacciones químicas. En este caso las relaciones [1] son válidas si se sustituye la temperatura por la entalpía total (incluyendo la química) y la fracción másica Y_i de la especie i por una "fracción másica reducida" \bar{Y} (ver nomenclatura). Ver Sección 3.1.

Los perfiles experimentales de velocidad correspondientes a una gran variedad de chorros (chorro no isotérmico en una corriente exterior, chorro supersónico sumergido, chorro enfriado, chorro supersónico con expansión completa) responden bien a la siguiente fórmula ("ley de los $3/2$ " o "fórmula de SCHLICHTING"):

$$\frac{u}{u_e} \frac{u_j}{u_e - u_j} = (1 - \eta^{3/2})^2; \quad \eta = \frac{r_e - y}{b}, \quad [2]$$

válida en las regiones inicial y de transición, y

$$\frac{u - u_e}{u_m - u_e} = (1 - \xi^{1/2})^2; \quad \xi = \frac{y}{r_e}, \quad [3]$$

en la región principal.

1.2. Ecuación de la propagación del chorro.

Utilizaremos la siguiente expresión para el crecimiento del chorro turbulento, de acuerdo con la teoría de PRANDTL sobre el mecanismo de la turbulencia en chorros libres:

$$\frac{dr}{dx} = \pm c \frac{u_m - u_e}{2\bar{u}}, \quad [4]$$

donde debe tomarse el signo menos cuando $u_e > u_m$.

Esta ecuación es válida tanto para chorros planos como para chorros axisimétricos, y con ligeras modificaciones para toda clase de chorros.

Al estudiar los chorros de fluidos incompresibles se toma como velocidad característica \bar{u} la medida aritmética entre las velocidades en el eje y en la corriente exterior. No obstante, cuando las densidades del chorro y del medio que lo rodea no son iguales, la velocidad característica se calcula con la siguiente fórmula:

$$\bar{u} = \frac{\rho_j u_j + \rho_e u_e}{\rho_j + \rho_e}, \quad [5, a]$$

para la región inicial, y

$$\bar{u} = \frac{\rho_m u_m + \rho_e u_e}{\rho_m + \rho_e}, \quad [5, b]$$

para la región principal. O bien de forma más exacta:

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{r_e} \rho u y dy}{\int_0^{r_e} \rho y dy}. \quad [6]$$

Como demuestra ABRAMOVICH, los valores de dr/dx obtenidos al usar las ecuaciones [5] ó [6] son equivalentes y están de acuerdo con los resultados experimentales, al menos en lo que se refiere a chorros sumergidos ($u_e = 0$) y para valores de la relación de densidades $0 < \rho_j/\rho_e < 2$.

En nuestro caso particular, y en lo que concierne a la combustión hidrógeno aire, $\rho_j/\rho_e \approx 0,1$, y puede usarse la ecuación [6].

En lo que se refiere a los valores de c , ABRAMOVICH indica que utilizando la relación [5] los valores a emplear son:

$$c = 0,27 \quad \text{para la región inicial, y}$$

$$c = 0,22 \quad \text{para la región principal del chorro.}$$

En ciertos casos particulares de interés, la relación [5] puede simplificarse más.

Por ejemplo, cuando $\rho_j \ll \rho_e$, $u_j \ll u_e$, que es el caso en que el hidrógeno se mezcla con el aire, con una relación de velocidades iniciales grande, a fin de aumentar la velocidad de mezcla, \bar{u} vendría dado por:

$$\bar{u} \approx u_e \approx u_e + u_j,$$

que es idéntica a la del caso incompresible.

Por otra parte, si

$$\rho_j \gg \rho_e, \quad \text{pero} \quad \rho_j u_j \ll \rho_e u_e;$$

$$\bar{u} \approx \frac{\rho_e}{\rho_j} u_e \approx \frac{\rho_e}{\rho_j} (u_e + u_j)$$

vemos que de nuevo se obtiene para c el valor incompresible, con el factor de corrección ρ_i/ρ_e .

En la figura 3, $\frac{b}{x}$ o espesor b de la zona de mezcla del chorro referido a la distancia x desde el inyector, está dibujada en función de la relación de velocidades $u_e/u_j = m$. La zona sombreada corresponde a los valores hallados, usando las ecuaciones [4] y [6], para un chorro de hidrógeno que arde con velocidad de reacción infinita (equilibrio químico) en una corriente de aire. Se han con-

CRECIMIENTO DE LA CAPA LIMITE EN UN CHORRO BIDIMENSIONAL

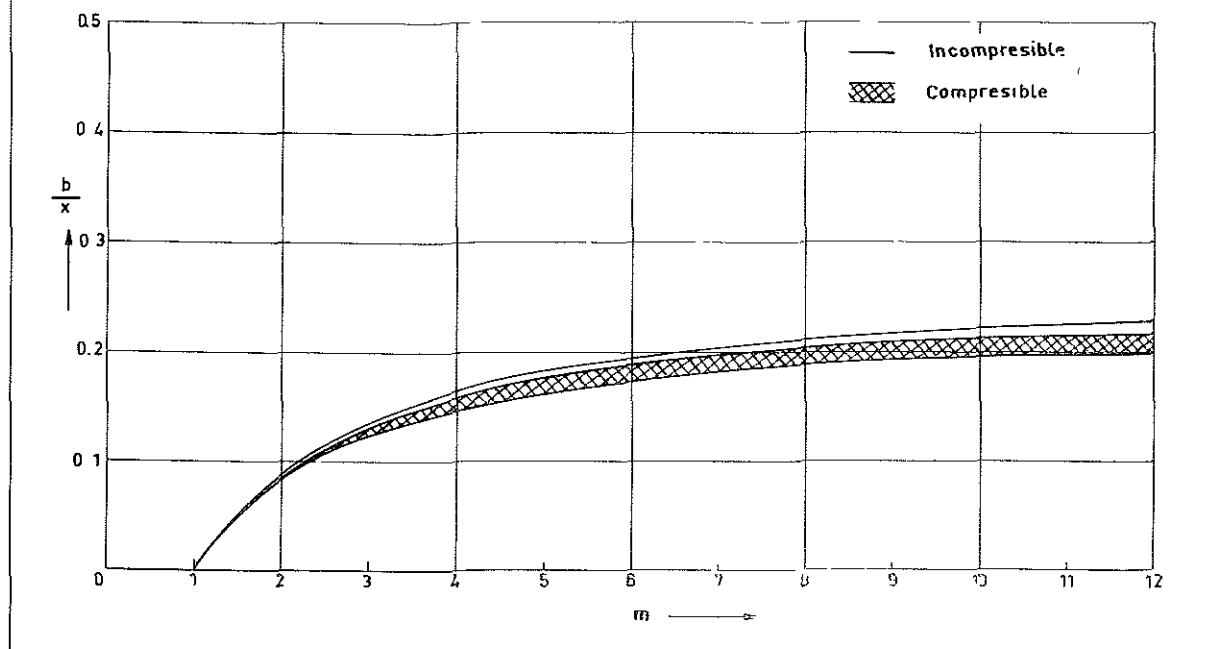


Figura 3.

siderado diferentes condiciones de vuelo correspondientes a la zona sombreada de la figura 1 y para cada una de ellas, dos temperaturas distintas a la entrada de la cámara de combustión, a saber: 800° K y 1.000° K. (Se considera compresión isentrópica.) El caso incompresible también está dibujado en la figura.

donde:

$$A_1 = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_j} \frac{U}{U_m} 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right);$$

$$A_2 = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_j} \left(\frac{U}{U_m}\right)^2 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right).$$

1.2 Perfiles de velocidad y concentración a lo largo del eje del chorro en la región principal.

Por medio de la ecuación de conservación del déficit de cantidad de movimiento, estableceremos la ley de variación de la velocidad a lo largo del eje del chorro.

Para un chorro isobárico esta ecuación es:

$$\int_0^{r_e} 2\pi y \rho u (u - u_e) dy = \pi a^2 \rho_j u_j (u_j - u_e) \quad [7]$$

de la cual obtenemos:

$$U_m^2 A_2 (1 - m) + U_m A_1 m = \left(\frac{a}{r_e}\right)^2, \quad [8]$$

En el caso incompresible y teniendo en cuenta la ecuación [3], se obtiene $A_1 = 0,258$, $A_2 = 0,134$.

Los valores correspondientes al caso compresible pueden estimarse introduciendo una densidad media ρ_M (con peso $y \cdot U$) en cada sección del chorro, tal que:

$$\rho_M = \int_0^1 \frac{U}{U_m} 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right) = \int_0^1 \frac{U}{U_m} 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right),$$

y así tenemos:

$$A_{1c} = \frac{\rho_M}{\rho_j} A_{1i}; \quad A_{2c} \approx \frac{\rho_M}{\rho_j} A_{2i};$$

ρ_M es una función de x , que se aproxima a ρ_e en las secciones que no estén muy próximas a la salida del inyector.

La variación de la "fracción de masa reducida", Y , puede obtenerse escribiendo la correspondiente ecuación de conservación:

$$\int_0^{r_e} 2\pi y \rho u Y dy = \pi a^2 u_j, \quad (9)$$

ó

$$Y_m U_m B_2 (1 - m) + Y_m B_1 m = \left(\frac{a}{r_e}\right)^2, \quad (10)$$

donde

$$B_1 = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_j} \frac{Y}{Y_m} 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right);$$

$$B_2 = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_j} \frac{U}{U_m} \frac{Y}{Y_m} 2 \frac{y}{r_e} d\left(\frac{y}{r_e}\right),$$

en el caso incompresible $B_{1i} = 0,428$, $B_{2i} = 0,180$. Para el caso compresible usamos el mismo valor corregido con el factor (ρ_M/ρ_j) .

1.4. Chorros límites.

Integrando la ecuación de propagación del chorro obtenemos la siguiente ecuación:

$$\pm 0,22 \left(\frac{x}{a} - \frac{x_n}{a} \right) = \frac{r_e}{a} - \frac{r_n}{a} + \frac{0,69}{q^2} \left\{ \left[\left(\frac{r_e}{a} \right)^2 + q^2 \right]^{3/2} - \left[\left(\frac{r_n}{a} \right)^2 + q^2 \right]^{3/2} + \left(\frac{r_e}{a} \right)^3 - \left(\frac{r_n}{a} \right)^3 \right\}, \quad (11)$$

en la que:

$$q^2 = \frac{4 A_2}{A_1^2} \frac{1 - m}{m},$$

x_m y r_m están dibujadas en la figura 4 como función de m , en el caso compresible.

En el capítulo V de la Ref. 12 se encuentran los detalles de cálculo.

De todo lo dicho puede deducirse que en el caso compresible, Y_m y U_m toman los mismos valores que en el caso incompresible.

$$\left(\frac{x}{a}\right)_c = \left(\frac{\rho_j}{\rho_M}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{a}\right)_i$$

y la anchura del chorro viene dada por:

$$\left(\frac{r_e}{a}\right)_c = \left(\frac{\rho_j}{\rho_M}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r_e}{a}\right)_i$$

Es importante hacer notar que estas reglas sólo son válidas en el caso:

$$\rho_j \ll \rho_e; \quad u_j \ll u_e.$$

En el estudio de las características de una cámara de combustión supersónica, difusiva, una va-

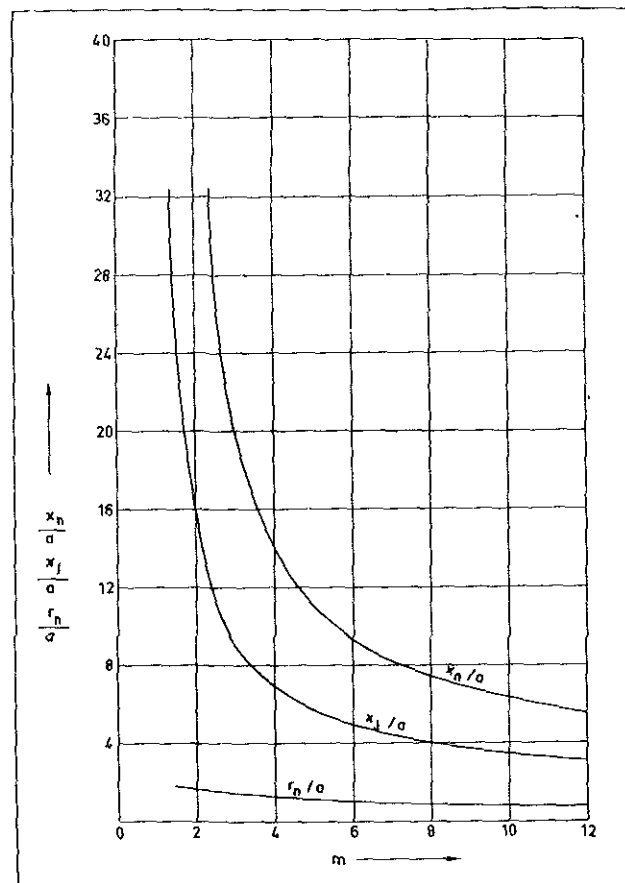


Figura 4.

riable de capital importancia es la longitud de la cámara, que es del orden de 100 veces el radio inicial del chorro.

Para tales distancias, pueden utilizarse las relaciones aproximadas siguientes:

a) El perfil de velocidad adimensional a lo largo del eje del chorro:

$$U_m = \frac{1}{m A_{1i}} \frac{\rho_j}{\rho_e} \left(\frac{a}{r_e}\right)_c^2 \quad [8, a]$$

b) La concentración reducida.

$$Y_m = \frac{v Y_{H_2m} + Y_{O_2e}}{v + Y_{O_2e}} = \frac{1}{m B_{1i}} \frac{\rho_j}{\rho_e} \left(\frac{a}{r_e}\right)_c^2 \quad [10, a]$$

c) La ecuación de propagación del chorro:

$$\left(\frac{x}{a}\right)_c = 0,8 \frac{m^2}{m-1} \frac{\rho_e}{\rho_j} \left(\frac{r_e}{a}\right)_c^3 \quad [11, a]$$

Si sustituimos en la ecuación [10, a] el valor de $\left(\frac{a}{r_e}\right)_c$ dado por la ecuación [11, a], obtenemos:

$$Y_m = 2,0 \frac{m^{1/3}}{(m-1)^{2/3}} \left(\frac{\rho_j}{\rho_e}\right)^{1/3} \left(\frac{x}{a}\right)_c^{-2/3} \quad [12]$$

Mediante la ecuación [12] se puede estimar la longitud de la cámara de combustión.

corriente incompresible e introduciendo después las correcciones por compresibilidad indicadas anteriormente, las cuales son válidas únicamente a una cierta distancia del inyector.

La figura 6 representa la forma de la llama con las mismas limitaciones, y para $m = 2,5$.

Por último, la figura 7 da la longitud de la cámara de combustión x_f en función de m , obtenida por medio de la ecuación [12] con $Y_m = Y_f$.

Para grandes valores de m , x_f puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{x_f}{R} = \frac{2^{3/2}}{Y_f^{3/2}} \left(\frac{\rho_j u_j a^2}{\rho_e u_e R^2}\right)^{1/2} \quad [14]$$

siendo R el radio de la cámara de combustión.

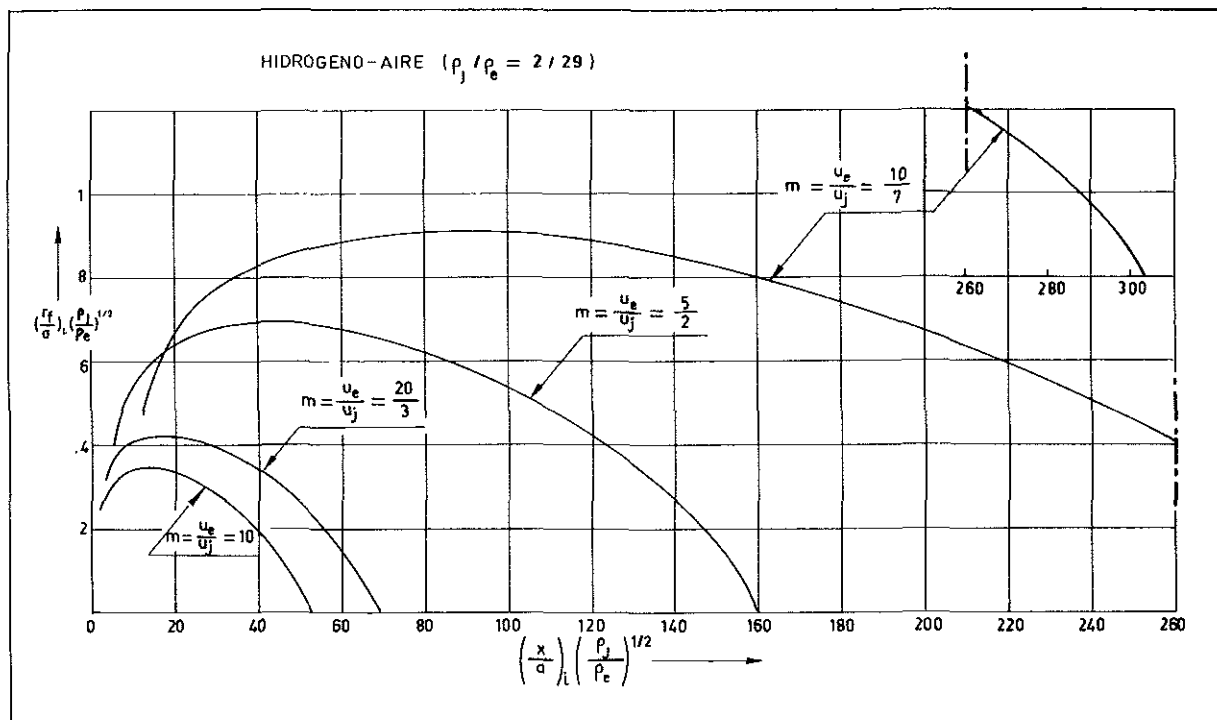


Figura 5.

1.5. Posición de la llama.

Suponiendo que el equilibrio químico se establece desde el comienzo de la zona de mezcla, la llama estará colocada en los puntos en que $Y_{H_2} = Y_{O_2} = 0$, o sea en donde:

$$Y = Y_f = \frac{Y_{O_2} e}{v + Y_{O_2} e} \quad [13]$$

En la figura 5 puede verse la forma de la llama en cuatro casos distintos, suponiendo primero

El factor entre paréntesis es aproximadamente igual a la relación combustible-aire. Para la llama hidrógeno-aire.

$$\frac{x_f}{R} = 580 \left(\frac{\rho_j u_j a^2}{\rho_e u_e R^2}\right)^{1/2} \quad [15]$$

De las ecuaciones anteriores, se deduce que si usamos n inyectores el valor de x_f se reduce en el

$$\frac{1}{n^2}.$$

Debe hacerse notar que en lo anterior se han despreciado los efectos de interferencia con las paredes.

1.6 Calor desprendido por la llama.

Para estimar los efectos aerodinámicos del calor desprendido, debemos, en primer lugar, determinar la cantidad de calor Q' desprendido por unidad de longitud y tiempo a lo largo del eje del chorro.

Si q es el calor desprendido por unidad de masa del hidrógeno:

$$Q' = -q \frac{d}{dx} \int_0^{r_f} \rho u Y_{H_2} 2\pi y dy. \quad [16]$$

Para grandes valores de x y si $U_m, Y_m \ll 1$:

$$Q' = -q \frac{d}{dx} \left\{ \pi \rho_e r_e^2 u_e Y_{O_2 e} \frac{3}{7} \frac{\xi_f^{7/2}}{1 - \xi_f^{3/2}} \right\}, \quad [17]$$

donde:

$$1 - \xi_f^{3/2} = \frac{Y_{O_2 e} Y_m}{\nu + Y_{O_2 e}}. \quad [18]$$

r_e y Y_m están dados como función de x por [11, a] y [12].

2. Efectos aerodinámicos del calor desprendido.

Si se quieren evitar grandes perturbaciones en el campo de la corriente, la adición de calor por uni-

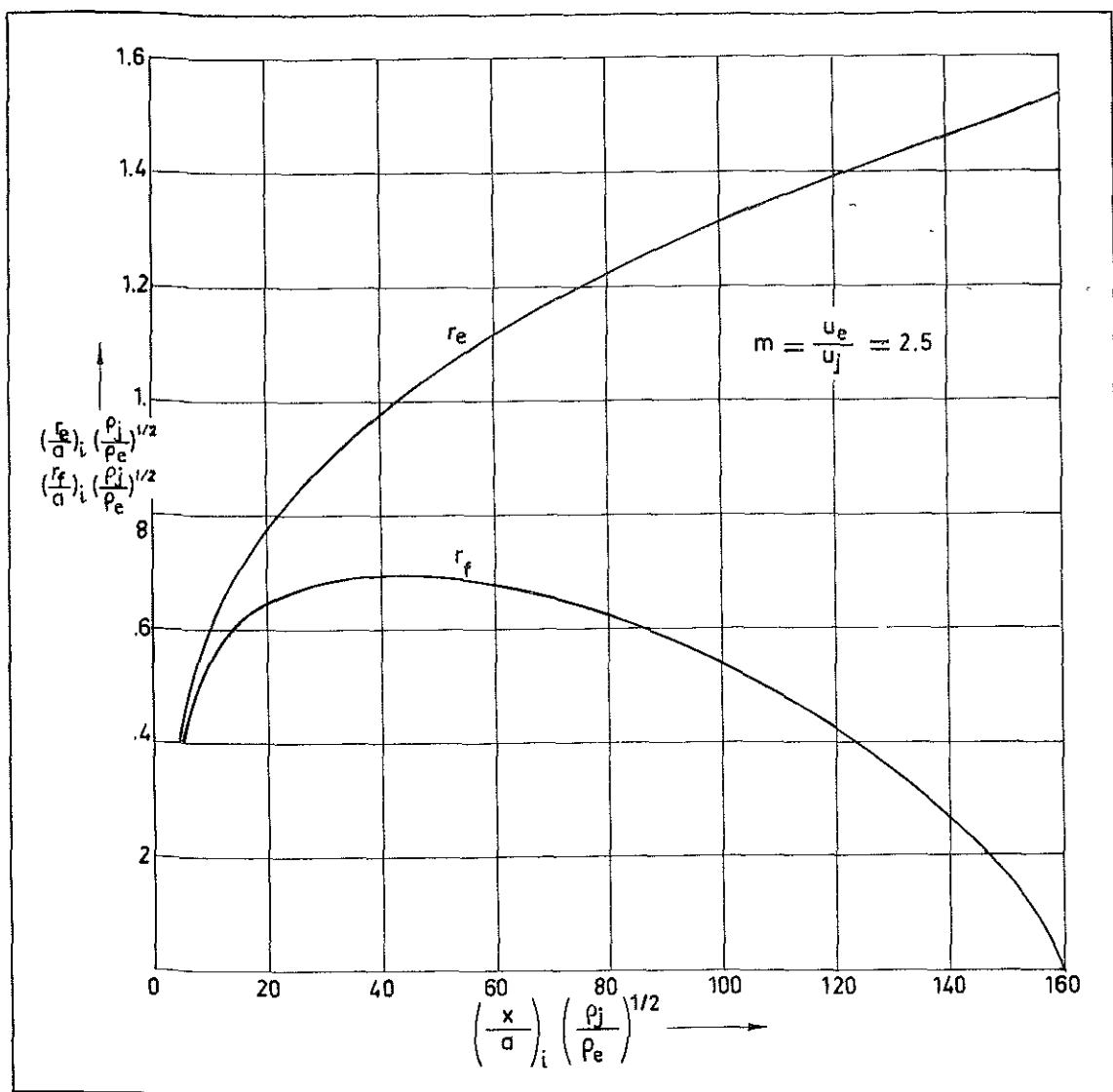


Figura 6

dad de volumen debe ser pequeña. Esto es más fácil de conseguir en las llamas de difusión que en las premezcladas; resultando, por lo tanto, ventajoso el modo difusivo sobre los demás modos de combustión supersónica.

Con el fin de estudiar, al menos cualitativamente, la influencia de la adición de calor en el campo de presiones, linearizaremos las ecuaciones generales del movimiento, como hace B. T. CHU [13] cuando estudia las ondas de presión generadas por

De estas relaciones podemos deducir:

$$\nabla^2 p - M_e^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = - \frac{u_e}{\gamma c_p T_e} - \frac{\partial Q'''}{\partial x}; \quad [22]$$

donde M_e es el número de Mach de la corriente uniforme de aire. La ecuación [22] ha de resolverse con las condiciones de contorno apropiadas, impuestas por las paredes de la cámara de combustión.

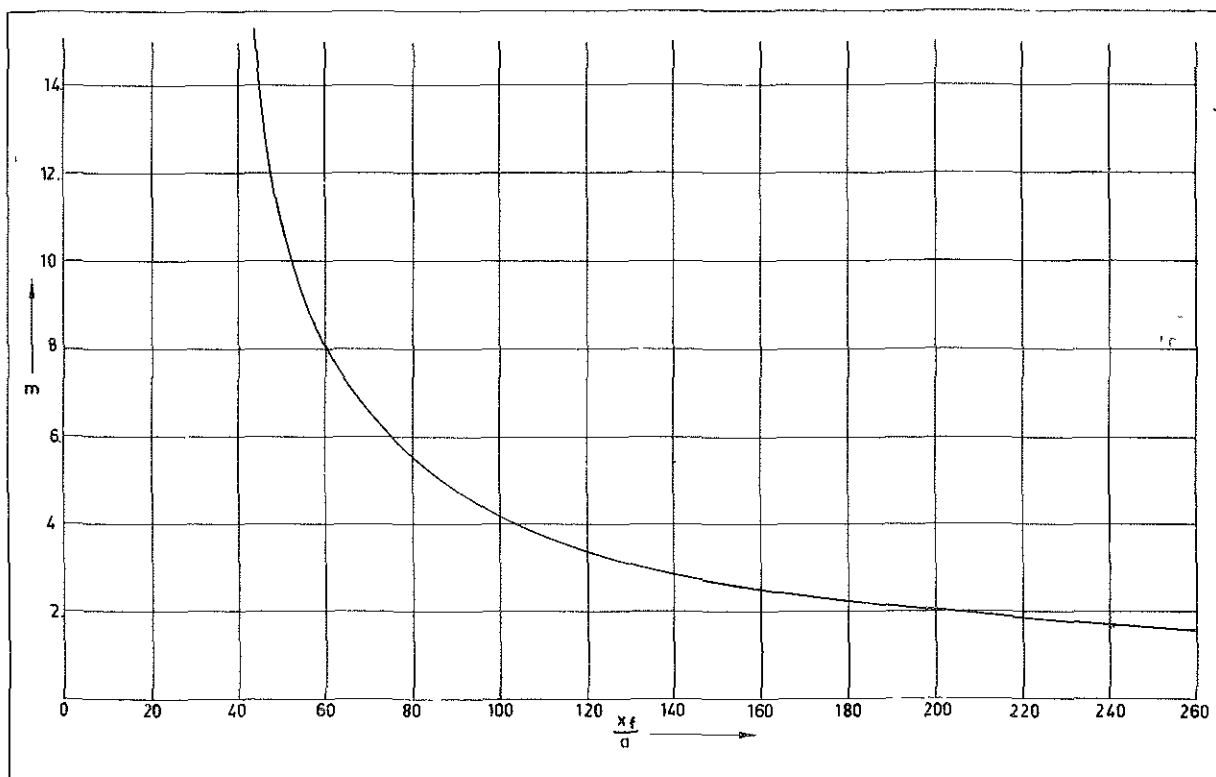


Figura 7.

adición de calor. Se obtienen así las siguientes ecuaciones:

$$u_e \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho_e \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad [19]$$

$$\rho_e u_e \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = - \nabla p. \quad [20]$$

$$\rho_e u_e T_e \frac{\partial}{\partial x} c_p \ln(p/\rho^\gamma) = Q'''; \quad [21]$$

donde Q''' es el calor añadido por unidad de volumen y tiempo. Se desprecian los efectos de la viscosidad.

La ecuación [22] nos indica que la adición de calor equivale a la introducción de fuentes de intensidad:

$$w''' = Q''' / \gamma c_p T_e. \quad [23]$$

Como es bien sabido, un cuerpo delgado de revolución en una corriente supersónica uniforme e ilimitada puede representarse por una distribución de fuentes a lo largo del eje de intensidad.

$$w' = \rho u_e \frac{dA}{dx} = \frac{Q'}{\gamma c_p T_e}, \quad [24]$$

siendo A la sección recta transversal del cuerpo. La expresión [24] indica que, al menos en una

corriente ilimitada los efectos aerodinámicos de adición de calor a lo largo de una línea en la dirección de la corriente, son los mismos que los introducidos por un cuerpo de revolución con su eje en la línea de adición de calor, de sección transversal:

$$A(x) = Q / \rho_e u_e \gamma c_v T_e; \quad [25]$$

donde $Q(x)$ es el calor desprendido hasta la sección x :

$$Q(x) = q \left[\pi a^2 \rho_f - \int_0^x \rho u V_{H_2} 2\pi y dy \right].$$

La relación [25] puede utilizarse para estudiar

$$\frac{p(x, y, z) - p_e}{\rho_e u_e^2} = \sqrt{M_e^2 - 1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\beta}{\beta} \int_{-\infty}^x \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{Q'''(\alpha, \beta, \tau)}{\gamma c_v T_e \rho_e u_e} d\tau}{\left[\frac{(\tau - x)^2}{M_e^2 - 1} - (z - \alpha)^2 - (y - \beta)^2 \right]^{1/2}}. \quad [26]$$

En realidad ha de extenderse la integración únicamente a aquellas zonas donde el integrando sea real (cono de Mach anterior).

3. Efectos de desequilibrio químico.

Se tratará en esta sección de mostrar los efectos, en la estructura de las llamas de difusión, de las velocidades de reacción químicas, en el caso de ser éstas grandes aunque finitas. Como ejemplo introductorio consideraremos el estudio de reacciones químicas de una sola etapa en las cuales la reacción directa es la dominante. La aplicación a la combustión hidrógeno-aire se considerará en el siguiente párrafo.

Es posible demostrar^{14, 15} que para grandes velocidades de reacción, la reacción química tiene lugar solamente en una región muy delgada o "capa límite química". En la zona de reacción los efectos de convección pueden despreciarse comparados con los de reacción química, conducción y difusión normal a la llama. Las ecuaciones que gobiernan esta región se reducen a ecuaciones diferenciales ordinarias. La cinética química de las reacciones aparece en la solución, pero la temperatura, por ser próxima a la de la llama adiabática, puede tomarse constante para la determinación de las velocidades de reacción.

Por otra parte, la solución con la hipótesis de velocidad de reacción finita (que llamaremos solución de BURKE-SCHUMANN) representa la verdadera solución fuera de la zona de reacción. Esta solución puede utilizarse para calcular la posición de

"cualitativamente" los efectos aerodinámicos de la adición de calor, en situaciones más complicadas.

Un gran desprendimiento de calor en una sección da lugar a la formación de ondas de choque, y con ello pérdidas de presión de remanso semejantes a las producidas por un cuerpo romo. Distribuyendo adecuadamente la adición del calor en la dirección de la corriente, el cuerpo equivalente se convierte en un cuerpo delgado y, por tanto, la resistencia de onda y las correspondientes pérdidas de presión disminuyen.

En una corriente uniforme ilimitada, la ecuación [22] tiene la solución general conocida:

la llama y el consumo de combustible por unidad de área de llama.

En los bordes exteriores de la zona de reacción, las soluciones de la capa límite química y de BURKE-SCHUMANN correspondiente a la región exterior deben coincidir.

3.1. Ecuaciones generales.

Comenzaremos por escribir las ecuaciones de conservación de especies y energía para la corriente laminar con mezcla de tres especies reactantes, a saber: combustible, oxidante y productos (subíndices 1, 2 y 3, respectivamente). Consideraremos cualquier especie inerte como producto. Con las hipótesis normales en el estudio de corrientes reactantes, en particular la igualdad de difusividades moleculares térmica y másica, podemos escribir:

$$L(Y_i) = \frac{w_i}{\rho}; \quad [27]$$

$$L\left(\frac{c_p T}{q}\right) = -\frac{w_1}{\rho}. \quad [28]$$

Donde

$$L(\varphi) = \vec{v} \cdot \nabla \varphi - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho D \nabla \varphi),$$

y

$$\frac{w_1}{\rho} = \frac{w_2}{v\rho} = -\frac{w_3}{(1+v)\rho} = -g(T, p) e^{-\frac{E}{RT}} Y_1^a Y_2^b. \quad [29]$$

La ecuación [28], en la que se han despreciado los efectos de disipación viscosa, es válida solamente para corriente a baja velocidad. Para corrientes de alta velocidad, si el número de PRANDTL es próximo a la unidad, basta con añadir la energía cinética $u^2/2q$ a la energía térmica $c_p T/q$ para que la ecuación [28] conserve su validez.

Independientemente de los valores de las velocidades de reacción química, podemos obtener, partiendo de las ecuaciones [27] y [28]:

$$L(Y_1 - Y_2/v) = 0; \quad [30]$$

$$L(Y_1 + c_p T/q) = 0. \quad [31]$$

Por tanto, para la "concentración reducida" $(Y_1 - Y_2/v)$ y para la "temperatura reducida" $(T + q/c_p Y_1)$, tenemos un sencillo problema de mezcla, independiente de la velocidad de reacción. Para corrientes de capa límite a alta velocidad debe usarse la entalpía total $(h + q Y_1 + \frac{1}{2}u^2)$ en lugar de la "temperatura reducida" anterior.

Si $(Y_{1j}, 0, T_e)$ son los valores de (Y_1, Y_2, T) lejos de la zona de reacción (en el borde exterior de la zona de mezcla) a un lado de la llama, y $(0, Y_{2e}, T_e)$ los valores correspondientes al otro lado, puede deducirse fácilmente que:

$$\frac{Y_{2e} + v Y_{1j}}{Y_{1j} Y_{2e}} \frac{c_p (T - T_e)}{q} + \frac{Y_{1j}}{Y_{1j}} + \frac{Y_{2e}}{Y_{2e}} = 1, \quad [32]$$

es una integral de las ecuaciones [27] y [28] independientemente de las velocidades de reacción y del proceso de mezcla.

Por último, escribamos de modo general la solución de las ecuaciones [30] y [31] en la forma:

$$Y_1 - Y_2/v = f_1(\vec{x}); \quad [33]$$

$$Y_1 + c_p T/q = f_2(\vec{x}). \quad [34]$$

Aquí, contrariamente a la solución [32], f_1 y f_2 dependen de los detalles del proceso de mezcla.

3.2. Solución con equilibrio químico.

El sistema de ecuaciones [28] y [29], que debe resolverse juntamente con la ecuación de la cantidad de movimiento, es muy complicado, por lo que es deseable simplificarlo mediante aproximaciones adecuadas.

La parte izquierda de esta ecuación es el inverso de un tiempo mecánico t_m , del orden de la rela-

ción entre la longitud característica y velocidad característica del movimiento global.

Por otra parte, el factor $g \exp(-E/RT)$, que aparece en la parte derecha, incluye un factor de frecuencia g y el factor de ARRHENIUS, y es inverso de un tiempo químico t_c .

Si $t_m/t_c \ll 1$, los términos de producción química pueden despreciarse en [27] y [28] y se obtiene la "corriente congelada".

Para grandes valores t_m/t_c , w_1/ρ sería extremadamente grande si $Y_1^a Y_2^b$ no tomase valores pequeños. Por tanto, en el límite $t_m/t_c \rightarrow \infty$, puede escribirse:

$$Y_1^a Y_2^b = 0 \quad (Y_1 = 0 \text{ ó bien } Y_2 = 0); \quad [35]$$

o lo que es lo mismo, $w_1/\rho = 0$ en lugar de una de las ecuaciones [27] y [28].

Este último proceso de paso al límite da lugar a la aproximación llamada "equilibrio químico", que para reacciones químicas unidireccionales de una sola etapa puede llamarse aproximación de BURKE-SCHUMANN.

El sistema de ecuaciones toma entonces la forma [33], [34] y [35], que puede también escribirse:

$$Y_2 = 0; \quad Y_1 = f_1(\vec{x}); \quad c_p T/q = f_2(\vec{x}) - f_1(\vec{x}), \quad [36, a]$$

al lado de la llama donde está el combustible:

$$Y_1 = 0; \quad Y_2 = -v f_1(\vec{x}); \quad c_p T/q = f_2(\vec{x}); \quad [36, b]$$

al lado de la llama donde está el oxidante.

La superficie de la llama, determinada por la condición $Y_1 = Y_2 = 0$, viene dada por:

$$f_1(\vec{x}) = 0. \quad [37]$$

La temperatura de la llama, teniendo en cuenta [32], viene dada por:

$$T_f = T_o + \frac{q}{c_p} \frac{Y_{1j} Y_{2e}}{Y_{2e} + v Y_{1j}}. \quad [38]$$

3.3. Efectos de desequilibrio.

La solución BURKE-SCHUMANN de "llama delgada" o equilibrio químico [36], obtenida por el proceso ordinario de paso al límite $t_m/t_c \rightarrow \infty$, satisface idénticamente al sistema completo de ecua-

ciones [27] y [28] y sus condiciones de contorno. Esta no es la solución uniformemente válida, ya que las derivadas de la concentración y temperatura normales a la superficie de la llama son discontinuas en la llama. Estas discontinuidades son debidas al hecho de que, en el paso al límite, la zona de reacción en desequilibrio se estrecha hasta convertirse en una superficie infinitamente delgada.

Es posible, para grandes velocidades de reacción, analizar la estructura de esta zona de reacción usando las técnicas^{14, 15} de la capa límite. Con este fin escribiremos en primer lugar, en forma adimensional, las ecuaciones de conservación, en coordenadas de capa límite, paralelas y normales a la superficie de velocidades de reacción infinita. El hecho de que las derivadas segundas normales a la llama sean infinitas en la solución de BURKE-SCHUMANN, demuestra que juegan un papel dominante en el caso de velocidad de reacción grande, pero finita. Por tanto, dilataremos la coordenada normal de la llama, de modo que los términos de difusión y producción química no se pierdan en el paso al límite $t_m/t_c \rightarrow \infty$.

Las ecuaciones de conservación [27] y [28] se reducen a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) = - \frac{w_i}{\rho} \quad [39]$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{q}{c_p} \cdot \frac{w_i}{\rho} \quad [40]$$

En estas ecuaciones han desaparecido los términos debidos a la convección y difusión en dirección paralela a la llama.

Para obtener las condiciones de contorno, haremos coincidir el límite exterior ($y \rightarrow \infty$) de la solución de [39] y [40] con el límite interior de la solución de BURKE-SCHUMANN.

La solución obtenida de [39] y [40], válida en el interior de la zona de reacción, junto con la solución de equilibrio, válida en el exterior de la región de reacción, representan el primer término de una representación asintótica de la solución verdadera. La figura 8 muestra en forma esquemática la distribución de temperatura y fracciones másicas según las distintas aproximaciones.

Para extender a valores más pequeños de t_m/t_c la solución, es necesario calcular más términos del desarrollo asintótico. Esto puede hacerse usando el método de los "desarrollos asintóticos acoplados" (*inner and outer expansions*)¹⁶.

Esto ha sido hecho por FENDELL¹⁷ al estudiar la combustión de gases inicialmente no mezclados,

en el punto de remanso de una corriente no viscosa y con simetría axial.

Conviene observar que en las ecuaciones [39] y [40] sólo intervienen derivadas con respecto a y , y por tanto pueden resolverse como ecuaciones diferenciales ordinarias en las que x interviene únicamente como un parámetro.

Además, dentro de la zona de reacción, la temperatura es muy próxima a la temperatura adiabática (las de la llama delgada) T_f . Esto puede utilizarse con el fin de simplificar el cálculo de los términos de producción de masa.

Las desviaciones, en particular de la temperatura, de los valores de equilibrio se puede demostrar¹⁵ que dependen de la relación $\rho_f^2 D_f / m^2 t_c$, donde m es el consumo másico de masa de combustible por unidad de tiempo y área de la llama. La relación entre los espesores de la capa de reacción y la capa de mezcla depende del mismo parámetro.

La figura 9 muestra la distribución de la temperatura, a lo largo de la superficie definida por la posición de la llama para la velocidad de reacción infinita, calculada en la referencia¹⁴ para la mezcla y combustión de dos corrientes paralelas de combustible y oxidante. La radiación producida por la llama variará con x aún más rápidamente que la temperatura; y así aparece una longitud de ignición muy claramente definida. Esta longitud puede estimarse usando la solución "sencilla" obtenida de capa límite química.

3.4 Extensión a corrientes turbulentas.

No existe información adecuada sobre las velocidades de reacción química en corrientes turbulentas.

Siguiendo la práctica general utilizada en el estudio de corrientes turbulentas reactantes, tomaremos las mismas expresiones de la velocidad de reacción obtenida en corrientes laminares, en las que introduciremos la temperatura y concentraciones turbulentas medias. Podemos así extender los resultados anteriores al caso turbulento. En particular, dentro de la zona de reacción aplicamos las ecuaciones [39] y [40], sustituyendo D por la difusividad turbulenta en la llama ϵ .

3.5 Combustión hidrógeno aire.

Debido a su alto valor calorífico, su alta capacidad de refrigeración, su estabilidad térmica y su gran velocidad de reacción, el hidrógeno es el más prometedor de los combustibles para motores hiper-

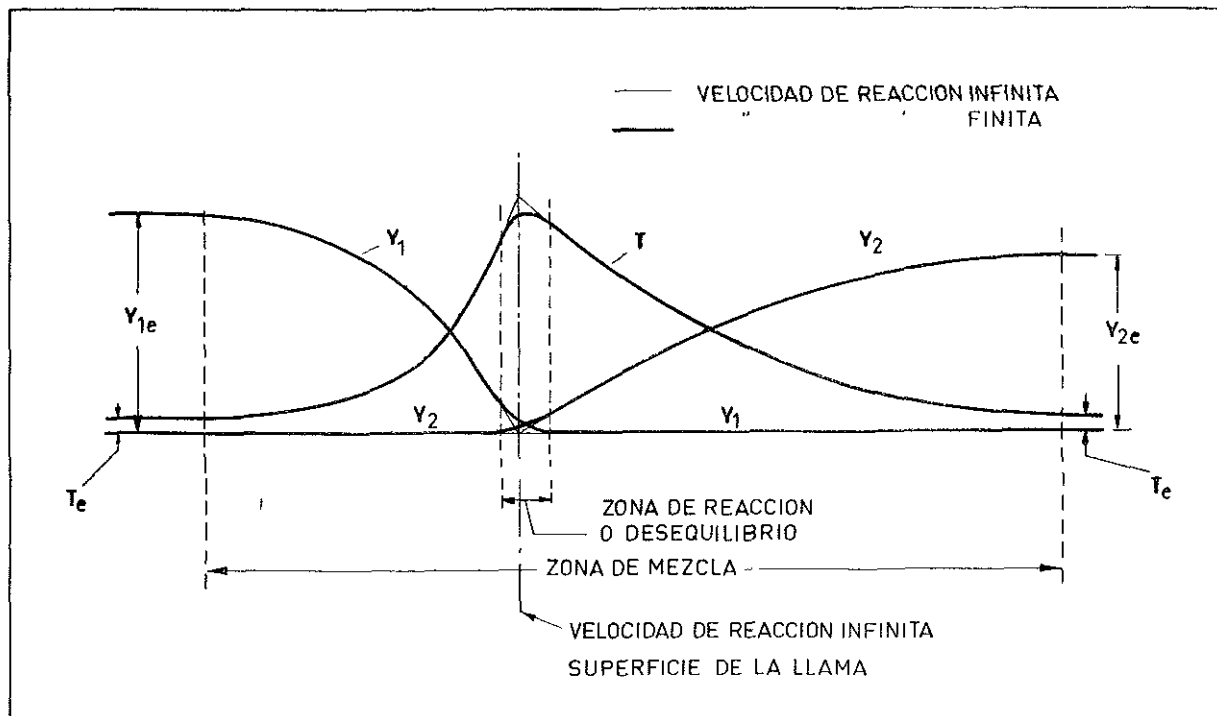


Figura 8

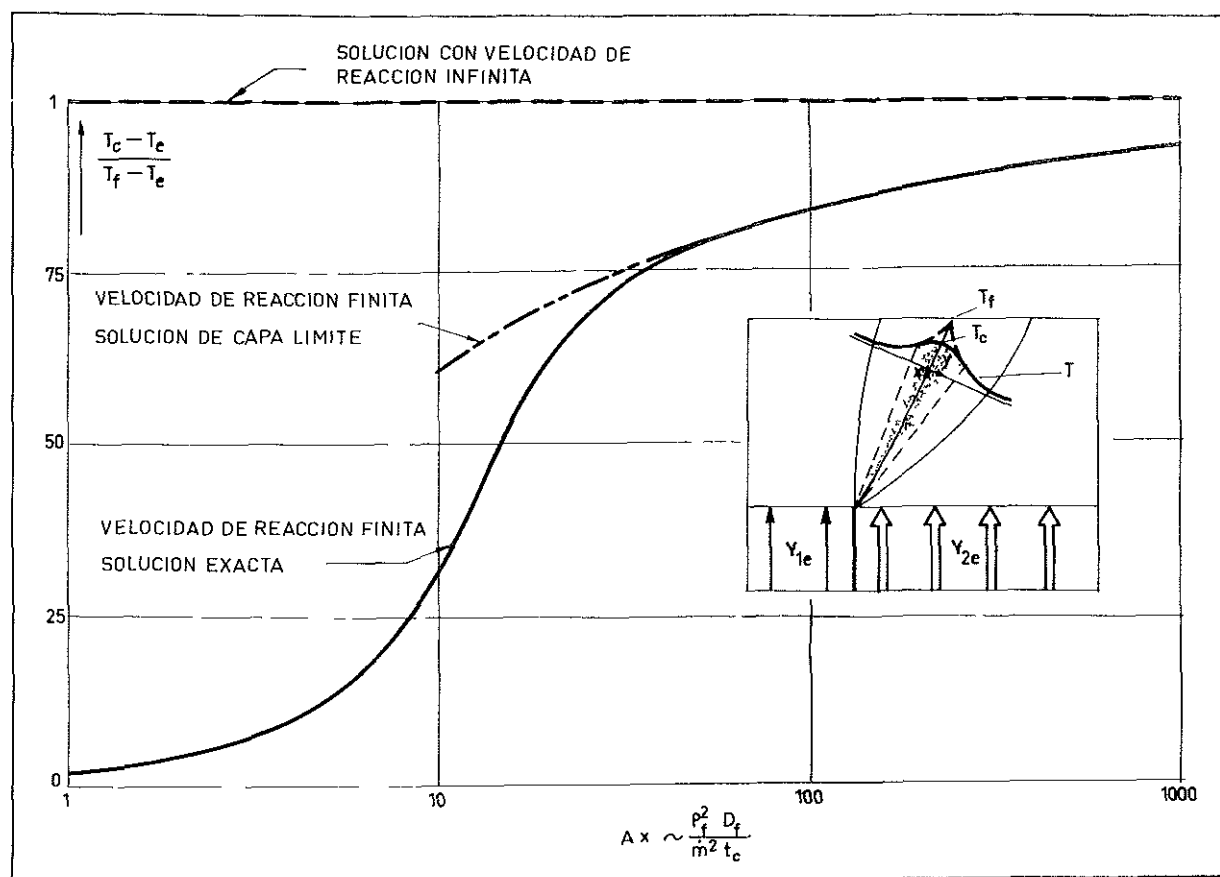


Figura 9

sónicos. Las características de los combustibles líquidos comunes, como el keroseno, son muy interesantes para números de Mach del orden de 4 a 25, pero el impulso específico del keroseno no sobrepasa el 40 por 100 del valor correspondiente al hidrógeno para los mismos números de Mach.

Para la reacción hidrógeno-aire, que en la zona de interés para la combustión supersónica (1.000° K-2.500° K) se reduce a una reacción hidrógeno-oxígeno con nitrógeno como diluyente, se usa normalmente el esquema cinético de SCHOTT¹⁸ para determinar las velocidades de reacción. Casi no se sabe nada de la influencia de la turbulencia en las velocidades de reacción. En todo caso, no existe una expresión para la velocidad de reacción global para la reacción hidrógeno-oxígeno.

La principal dificultad para aplicar los resulta-

dos del párrafo 3.3. al estudio de la estructura interna de la llama de hidrógeno-oxígeno se debe al hecho de que, aparentemente, ninguna de las ocho reacciones químicas simultáneas y las seis especies diferentes que intervienen es despreciable entre los 1.000° K y 2.500° K. Como resultado, no existe ninguna expresión digna de confianza para la velocidad de reacción global.

Mediante la consideración de esquemas cinéticos más simples, que poseen algunas características del esquema completo, parece deducirse la posibilidad de estudiar la estructura de la zona de reacción dividiéndola en varias capas. En cada una de estas capas habrá reacciones dominantes y podrá existir una expresión de la velocidad de reacción global. Se está investigando esta posibilidad, y los resultados se publicarán más adelante.

NOMENCLATURA

a = radio del inyector.
 b = anchura de la capa límite de la región de mezcla inicial.
 c = coeficiente experimental de crecimiento Ec. 4.
 D = coeficiente de difusión.
 m = relación de velocidades del chorro u_r/u_j .
 p = presión estática.
 q = calor desprendido por unidad de masa del combustible.
 r = radio del chorro.
 T = temperatura.
 u = componente de la velocidad según el eje x .
 \bar{u} = velocidad media característica Ec. 4.
 U = velocidad adimensional $(u-u_c)/(u_j-u_c)$.
 v = componente de la velocidad en dirección del eje y .
 x = coordenada axial.
 y = coordenada radial.

Y = fracción másica reducida $(yY_{H_2} - Y_{O_2} + Y_{O_2e})/(y + Y_{O_2e})$.
 Y_i = fracción másica de la especie i .
 $Y_i = c_p/c_v$ relación de calores específicos.
 ϵ = difusividad turbulenta.
 ρ = densidad de la mezcla.
 v = relación estequiométrica oxidante combustible.

SUBÍNDICES.

c = indica condiciones comprensibles.
 e = valores exteriores a la región de mezcla.
 f = valores en la llama.
 i = indica condiciones incompresibles.
 j = valores en el interior no viscoso del chorro.
 m = valores en el eje de la región principal del chorro.
 n = valores al final de la zona de transición del chorro.
 H_2, O_2 = indica especies químicas.

REFERENCIAS

1. AVERY, W. H., y G. L. DUGGER: "Hypersonic Air-breathing Propulsion". *Astronautics and Aeronautics*, vol. II, núm. 6, págs. 42-47, June 1964.
2. JAMISON, R. R.: "Hypersonic Air Breathing Engines" in "Hypersonic Flow". A. R. Collar and J. Tinkler, Ed. *Butterworths Scientific Publications*, 1960, págs. 391-408.
3. SWITTEBANK, J.: "Desing of the Hypersonic Aircraft". *Shell Aviation News*, núm. 310, 1964, páginas 11-12.
4. ROY, M.: "Propulsion Supersonique par Turboréacteurs et par Statoréacteurs". *Advances in Aeronautical Sciences*, vol. I. Pergamon Press, págs. 79-112.
5. FERRI, A., F. A. LIBBY y V. ZAKKAY: "Theoretical and Experimental Investigation of Supersonic Combustion". Third I.C.A.S. Congress, Stockholm, Sweden, Aug. 27-31, 1962.
6. GROSS, R. A., y W. CHINITZ: "A Study of Supersonic Combustion". *Journ. Aero. Sci.*, vol. XXVII, número 7, págs. 517-524, July 1960.
7. NICHOLIS, J. A.: "Stabilized Gaseous Detonation Waves". *A.R.S. Jour.*, vol. XXIX, núm. 8, págs. 607-608, Aug. 1959.
8. RHODES, R. D., y D. E. CHIRISS: "A Preliminary Study of Stationary Shock Induced Combustion with Hydrogen-Air Mixture". AEDC TN 61-36, July 1961.
9. BURKE, S. P., y T. E. W. SCHUMANN: "Diffusion Flames". *Industrial and Engineering Chemistry* volumen XX, núm. 10, págs. 998-1004, oct. 1928.
10. ZELDOVICH, Y. B.: "On the Theory of Combustion of Initially Unmixed Gases". NACA T. M., 1296, June 1961.
11. PENNER, S. S.: "Chemistry Problems in Jet Propulsion". Pergamon Press, 1957.
12. ABRAMOVICH, G. N.: "The Theory of Turbulent Jets". M.I.T. Press, 1963.
13. CHU, B. T.: "Pressure Waves Generated by Addition of Heat in a Gaseous Medium". NACA T. N. 3411, June 1955.
14. LIÑÁN, A.: "On the Internal Structure of Laminar Diffusion Flames". OSR/EOAR T. N. 62-24.
15. LIÑÁN, A.: "On the Structure of Laminar Diffusion Flames". INTA T. R. FM 63-2, June 1963.
16. VAN DIKE, M.: "Perturbation Methods in Fluid Mechanics". Academic Press, 1964.
17. FENDELL, F. E.: "Ignition and Extinction in Combustion of Initially Unmixed Reactants". Ph. D. Thesis Harvard University, April 1964.
18. SCHOTT, G. L.: "Kinetic Studies of Hydroxyl Radicals in Shock Waves". III. "The OH Concentration Maximum in the Hydrogen-Oxygen Reaction". *Journal of Chemical Physics*, vol. XXXII, núm. 3, páginas 710-716, March 1960.

